

Repetabilitatea - aplicație în Mathcad

În multe discipline empirice se presupune ca datele sunt într-o mare măsură repetabile, fapt care contravine frecvent cu realitatea echipei sau a aparatului. **Repetabilitatea** este o măsură (un indice) care variază între 0 și 1, indicând cât de similare sunt măsurătorile asupra unui anumit obiect (element, sistem etc.). Se mai numește și **coeficientul de corelație intraclasă** (Sokal și Rohlf, 1981, ap. Krebs, 1989). Se bazează pe analiza de varianță (ANOVA) a unui tabel care conține valorile de varianță dintre grupuri (S_A) și din interiorul grupului, precum și eroarea care se notează cu (S_E). Atunci repetabilitatea R se evaluează prin formula:

$$R = \frac{S_A^2}{S_E^2 + S_A^2}$$

Prin urmare R este proporția de variație din date care apare între grupuri. Dacă măsurătorile sunt perfect repetabile va fi o varianță de zero în grup, iar R va fi egal cu 1. Modul de calcul este ilustrat mai jos într-o aplicație Mathcad. Aceasta se poate completa cu formule care permit calcularea limitelor de încredere.

REPETABILITATEA (dupa Ch. Krebs, 1989)

i semnifica numarul curent al obiectului masurat, respectiv linia matricii de masuratori (linia)
 j semnifica numarul curent al observatorului care masoara independent obiectul (coloana)
 i ia valori de la 1 la p iar j ia valori de la 1 la k
 n reprezinta numarul de masuratori disponibile pentru fiecare obiect (cati au masurat obiectul)

ORIGIN≡ 1

p := 12

k := 4

i := 1..p

j := 1..k

In acest exemplu avem 4 observatori independenti si 12
 iepuri masurati in ceea ce priveste variabila biometrica
 ex. lungimea labei posterioare. X este matricea datelor primare
 n este suma numarului de masuratori pentru fiecare obiect

$$X := \begin{pmatrix} 140 & 140 & 0 & 0 \\ 125 & 125 & 0 & 0 \\ 130 & 129 & 135 & 0 \\ 130 & 132 & 132 & 0 \\ 131 & 134 & 0 & 0 \\ 139 & 140 & 142 & 0 \\ 127 & 127 & 0 & 0 \\ 130 & 130 & 130 & 133 \\ 129 & 132 & 132 & 0 \\ 138 & 137 & 138 & 138 \\ 140 & 141 & 143 & 141 \\ 147 & 149 & 147 & 0 \end{pmatrix} \quad n_1 := \begin{matrix} 2 \\ 2 \\ 3 \\ 3 \\ 2 \\ 3 \\ 2 \\ 4 \\ 3 \\ 4 \\ 4 \\ 3 \end{matrix}$$

$$XX_i := \sum_j X_{i,j}$$

$$SXX := \sum_i XX_i$$

$$SXX = 4.733 \times 10^3$$

$$SN := \sum_i n_i$$

$$SN = 35$$

$$df1 := p - 1$$

$$df2 := SN - 1$$

$$XX_i =$$

280
250
394
394
265
421
254
523
393
551
565
443

XX este sum a valorilor masurate pentru fiecare obiect

SXX este totalul general al XX

SN este suma masuratorilor

df1 sunt gradele de libertate pentru varianta dintre grupuri

df2 sunt gradele de libertate pentru varianta din grupuri si dintre masurator (eroarea)

$$df1 = 11$$

$$df2 = 34$$

$$XP_{i,j} := (X_{i,j})^2$$

$$SXP := \sum_i \sum_j XP_{i,j}$$

$$SXP = 6.414 \times 10^5$$

$$SSA := \left[\sum_i \frac{(XX_i)^2}{n_i} \right] - \frac{SXX^2}{SN}$$

SSA este suma de patrate a variantei dintre grupuri

$$SSA = 1.343 \times 10^3$$

$$SSE := SXP - \sum_i \frac{(XX_i)^2}{n_i}$$

SSE este suma de patrate a variantei din grupuri si dintre masuratori

$$SSE = 53.417$$

$$MSA := \frac{SSA}{df1} \quad \text{MSA este media variantei dintre grupur}$$

$$MSE := \frac{SSE}{df2} \quad \text{MSE este media variantei din grupuri (a erorii)}$$

$$SEP := MSE \quad \text{SEP este varianta din grup (sa fie cat de mica -> 0)}$$

$$SEP = 1.571$$

$$NO := \left(\frac{1}{df1} \right) \cdot \left[SN - \frac{\left[\sum_i (n_i)^2 \right]}{SN} \right]$$

$$SAP := \frac{(MSA - MSE)}{NO} \quad \text{SAP este varianta intre grupuri}$$

$$NO = 2.899 \quad SAP = 41.569$$

$$R := \frac{SAP}{SAP + SEP} \quad \text{R este repetabilitatea; cucat este mai aproape de 1 cu atat masuratorile sunt mai repetabile}$$

$$R = 0.964$$

Se pot calcula si limitele de confidenta ale lui R!

Exercițiu: Se testează un aparat care dozează fosfații din apă, de către o echipă de 3 studenți. Fiecare dintre aceștia operează pe rând instrumentul în aceleași condiții. Să se calculeze repetabilitatea pe baza datelor de mai jos:

$$X := \begin{pmatrix} 13.5 & 12.6 & 13.9 \\ 40.1 & 39.3 & 38.7 \\ 20.5 & 0 & 22.4 \\ 15.7 & 15 & 15 \\ 40 & 40 & 39.7 \end{pmatrix}$$

Utilizați fișierul mathcad de mai sus, după ce adaptați condițiile inițiale.

Rezolvare: SEP = 0.313, SAP = 178.094; R = 0.998

Deducem că măsurătorile sunt foarte repetabile, semn că oricare din echipă poate executa măsurători cu acel aparat, fără să mai fie nevoie de dublarea (repetarea) analizelor.