

**MASTERAT
BIOLOGIE APLICATĂ I.**

**MANAGEMENTUL ȘI MODELAREA
DATELOR EXPERIMENTALE**

Introducere în Mathcad

Conf. dr. Ioan Sîrbu

Mathcad: originar s-a inventat ca instrumentul standard pentru calcul industrial (proiectare, inginerie).

S-a dezvoltat ca un mediu optim de calcul, analiză, sinteză și - în cele din urmă - modelare, pentru oricare domeniu experimental și/sau teoretic (inclusiv biologia și ecologia).

Softul poate fi folosit pentru cercetare, simulare, prognoză, educație, management, asistarea procesului de luare a deciziilor etc.

Este simplu, elastic, adaptabil, precis, riguros, cu facilități avansate de prelucrare, transformare, calcul și grafică.

Este folosit în toată lumea de către profesioniști din cele mai diverse domenii.

Avantaje:

- **Reprezintă "calea de mijloc" în modelare și analiză (nu presupune cunoștințe avansate de matematică, și nici de informatică; conține numeroase proceduri, funcții și utilități de analiză și grafică, ce pot fi apelate și modificate, evitând munca de amănunt).**
- **Potențial extrem de divers și facil pentru calcul și reprezentare grafică.**
- **Se învață repede și ușor.**
- **Formulele sunt redată vizual, în expresie analogă cu cea de editare matematică.**

Exemplu:

- într-un limbaj de programare, o formulă arată astfel:

$$x=(-B+SQRT(B**2-4*A*C))/(2*A)$$

- într-un soft care prelucrează foi de calcul (Quattro, Excel, Lotus etc.), arată ceva în genul:

$$+(B1+SQRT(B1*B1-4*A1*C1))/(2*A1)$$

- în Mathcad arată așa:

$$x := \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4a \cdot c}}{2a}$$

... adică asemănător cum scriem pe tablă sau în caiet!⁴

- **nu există nici o sintaxă complicată;**
- **în versiunile superioare se poate lucra atât cu combinații de taste, cât și cu icoane și meniuri;**
- **se pot include blocuri de text printre cele matematice;**
- **meniurile generale sunt similare celor din Windows, respectiv MS Office;**
- **formulele, textul, graficele și rezultatele se pot solicita oriunde în pagină, prin simpla selectare a poziției cu ajutorul unui pointer (clic stânga pe mouse).**

- Pe lângă faptul că arată "bine", formulele și ecuațiile pot fi folosite pentru a rezolva orice tip de problemă care solicită calcul simbolic sau numeric.
- În calcul simbolic ecuațiile sau problemele conțin expresii cu coduri alfanumerice, etichete de variabile și parametri nedefiniți, iar rezultatul este redat tot în termeni de simboluri sau coduri.

Exemplu: $(m + n)^3 \text{ expand } \rightarrow m^3 + 3 \cdot m^2 \cdot n + 3 \cdot m \cdot n^2 + n^3$

- În calculul numeric rezultatul este un număr, o matrice de valori sau - de exemplu - o funcție de expresie cunoscută.

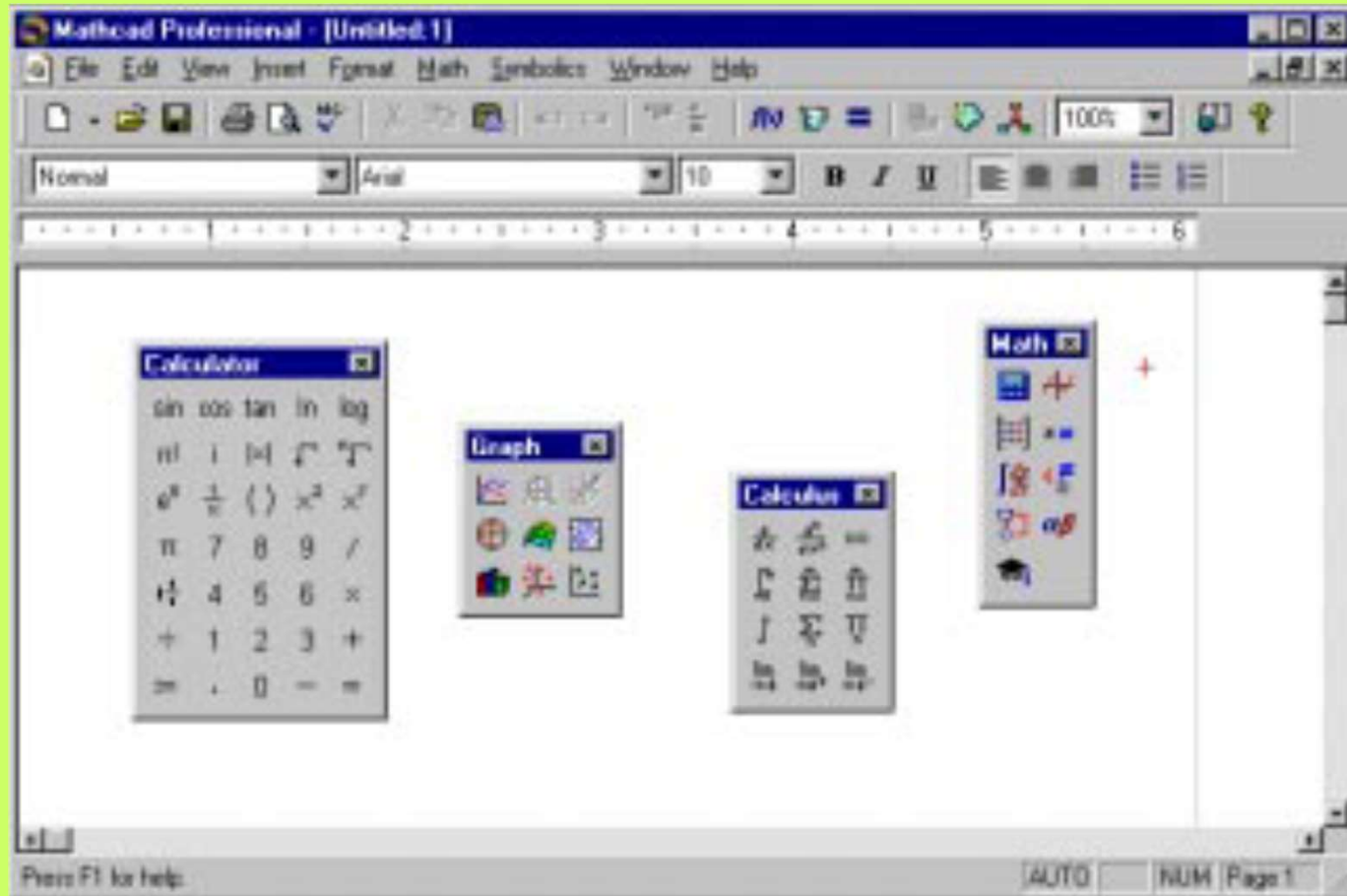
Exemplu:
$$\frac{(546 + 23 \cdot 10^3) \cdot (12 + 7^2)}{40 \cdot (153 - 5^3)} = 1282.416$$

Facilități grafice:

- reprezentări uni-, bi- și tridimensionale (1D, 2D și 3D);**
- posibilități de prelucrare și "cosmetizare" avansată a graficelor;**
- posibilități de combinare a reprezentărilor (rezultate, funcții-soluție multiple etc.) pe același grafic;**
- posibilități de import a aplicațiilor grafice din alte softuri sau aplicații Windows.**

- **Multe manuale electronice, meniuri avansate de ajutor și tutoriale;**
- **Aplicații în definirea și utilizarea obiectelor;**
- **Editor de text cu caracteristici și performanțe comparabile cu oricare altul (MS Word inclusiv);**
- **Combină ușor și optim text, grafice și calcul într-un singur document;**
- **Numeroase grupuri de discuții, portaluri, manuale și aplicații disponibile prin internet.**

Mediul de lucru:



Editare text:

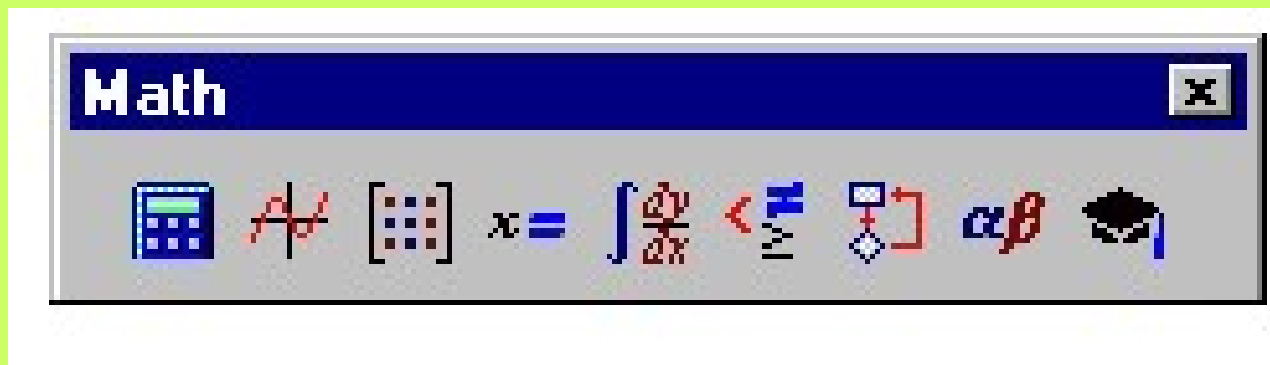
- **scrieți ceea ce doriți, pur și simplu unde vreți;**
- **selectați tastatura și diacriticele corespunzătoare;**
- **puteți deschide și închide blocul de text cu ghilimele, dar acest lucru nu este obligatoriu; de obicei softul va recunoaște regiunea de text și o va separa de cea rezervată pentru calcul;**
- **tastați și formatați textul similar cu opțiunile din Word.**

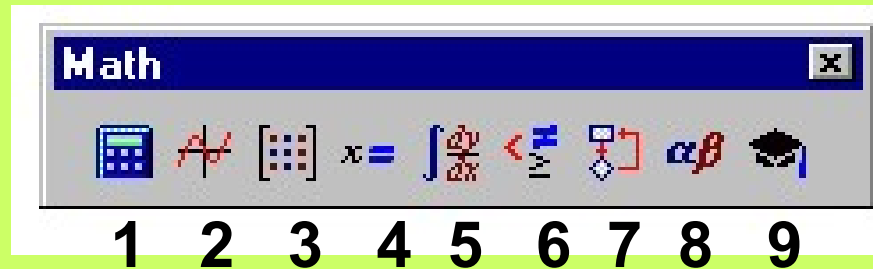
Pentru modelare matematică (prelucrare date, analiză, sinteză, evaluare, transformare, reprezentare grafică, simulare, prognoză etc.),

selectați secvența:

View → Toolbars → Math

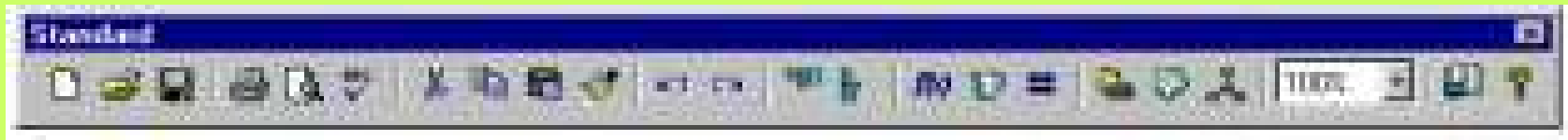
Apare meniul principal:





1. **Calculator**— operatori aritmetici comuni.
2. **Graph**— diferite facilități pentru grafice 2D și 3D.
3. **Matrix**— operatori pentru vectori și matrici.
4. **Evaluation**— simboluri pentru evaluare și atribuire.
5. **Calculus**— derivate, integrale, sume, produse etc.
6. **Boolean**— operatori comparativi și logici pentru expresii booleene.
7. **Programming**— rutine pentru programare.
8. **Greek**— litere grecești.
9. **Symbolic**— cuvinte cheie pentru calcul simbolic.

Meniul standard și cel pentru formatare conțin multe simboluri și comenzi familiare, similare cu cele din aplicațiile Windows.



- Meniurile principale și secundare (detaliate) pot fi alese, deschise sau închise, mutate prin tehnica "drag and drop" (trage și aruncă), amplasate la dorința utilizatorului, astfel încât să fie la îndemână și totodată să nu deranjeze foaia de lucru.
- Softul citește de la stânga la dreapta și de sus în jos.
- Mathcad permite inserarea de "regiuni" (dreptunghiuri invizibile trasate de program), oriunde în foaia de lucru, care vor conține formule, ecuații, grafice sau text.
- Selectarea poziției unei regiuni este la latitudinea operatorului prin poziționarea marcajului + (pointerul).

Exemplu de bloc text lângă unul de calcul

Se observă că mai întâi definim parametrii (constantele, codurile incluse în formulă etc.), apoi scriem formula cu codurile definite, utilizând operatori de atribuire, după care solicităm rezultatul prin operatorul de calcul.

c := 24 a := 46 b := 78

$$\mathbf{Is := \frac{2c}{a + b} \cdot 100}$$

Is = 38.71

**c semnifica numar comun de specii
a este numarul de specii din habitatul 1
b este numarul de specii din habitatul 2
Is este indicele de similitudine Sorensen**

Prescurtări când explicăm căi, legături între icoane și meniuri, respectiv algoritmi:

+ înseamnă că tastăm deodată (apăsăm pe două taste în același timp);

→ semnifică o ordine pentru etape succesive sau taste;

Clic+s înseamnă clic pe mouse, butonul stânga;

Clic+d același lucru dar butonul din dreapta;


Clic+s+drag - ții apăsat butonul stânga și traseți un chenar/dreptunghi de dimensiuni dorite (selectarea unei regiuni a foii de lucru).

Selectare, copiere, ștergere și mutarea regiunilor:

- **Clic + s + drag peste regiunea dorită (apar marcaje)**
- **Copiere fizică cu Ctrl+C urmată de Ctrl+V**
- **Mutare directă cu mouse-ul (se poziționează pointer-ul pe oricare margine a regiunii, până apare un simbol ca o mână de culoare neagră. Clic+s+drag până la noua poziție.)**
- **Ștergere: cu tasta *Delete* sau simbolul de foarfecă.**

"Placeholder" (rezervarea unui loc/spațiu) este un marcaj dreptunghiular, care rezervă un spațiu pentru introducerea de litere, cifre sau expresii de către operator.

Exemplu: tastați a și operatorul de atribuire

a := 

Apare imediat un placeholder roșu, care indică faptul că softul așteaptă să introduceți o expresie sau o valoare pentru a.

:= este un simbol care se selectează din meniu sau se folosește o combinație rezervată de taste; NU se scrie de la tastatură ca două puncte urmate de un egal!

Câteva combinații de taste:

Pentru a obține tastați:	semnificație:
$:=$:	definiție sau atribuire
$a, b \dots c$	$a, , b, ; , c$	domeniu de variație redat ca: a valoare inițială, b valoarea următoare, iar c este valoarea finală
(x)	$' , x$ sau $(,x,)$	paranteză
$x!$	$x , !$	factorial
a^b	$a , ^ , b$	ridicare la putere
$ x $	$, x$	modul, valoare absolută, determinant
$x + y$	$x , + , y$	adunare
m / n	$m , / , n$	împărțire
$a \cdot b$	$a , * , b$	înmulțire
$-c$	$- , c$	minus; număr negativ
$a > b$	$a , > , b$	mai mare decât
$a < b$	$a , < , b$	mai mic decât
\equiv	Sfift + ~	definiție globală
x_i	$x , [, i$	indice
$x_{i,j}$	$x , [, (, i , j ,)$	indici dubli
M^T	$M , \text{Alt} + !$	matrice transpusă
$\sum x$	$\text{Alt} + \$, x$	sumă vectorială

Câteva funcții și proceduri uzuale:

Apelarea funcției	Semnificație
$\sin(x)$	sinus de x
$\cos(x)$	cosinus de x
$\tan(x)$	tg x
$\text{asin}(x)$	arcsin x
$\text{acos}(x)$	arccos x
$\text{atan}(x)$	arctan x
$\text{exp}(x)$	e^x
$\ln(x)$	logaritm natural din x ($\ln x$)
$\log(x)$	logaritm zecimal din x ($\lg x$)
$\text{rnd}(x)$	număr aleator cuprins între 0 și x
$\text{length}(v)$	numărul elementelor vectorului v
$\text{max}(v)$	cel mai mare element al lui v
$\text{min}(v)$	cel mai mic element al vectorului v
$\text{rows}(M)$	numărul liniilor matricei M
$\text{cols}(M)$	numărul coloanelor matricei M
$\text{sort}(v)$	ordonează crescător elementele vectorului v
$\text{csort}(M, n)$	aranjează liniile matricii M astfel încât elementele coloanei n să fie în ordine crescătoare
$\text{rsort}(M, n)$	aranjează coloanele matricii M astfel încât elementele liniei n să fie în ordine crescătoare
$\text{mean}(v)$	media aritmetică a elementelor vectorului v
$\text{var}(v)$	varianța elementelor lui v
$\text{stdev}(v)$	abaterea standard a elementelor lui v
$\text{corr}(v_x, v_y)$	coeficientul de corelație Pearson aplicat vectorilor de date v_x și v_y

Când greșiți, uitați să definiți un parametru sau variabilă pe care o apelați ulterior, când scrieți minuni (cum ar fi împărțire la zero), când ... realizați una din miile de erori de logică matematică sau de altă natură,

PROGRAMUL VĂ SEMNALEAZĂ PROBLEMA CU ROȘU ȘI REFUZĂ SĂ CALCULEZE ORICE MAI DEPARTE, PÂNĂ CÂND EROAREA NU ESTE CORECTATĂ. DACĂ VEDEȚI ROȘU ÎN FAȚA OCHILOR, NU SUFERIȚI DE UN EPISOD MANIACO-DEPRESIV ȘI NICI NU AVEȚI PROBLEME CU NERVUL OPTIC. PUR ȘI SIMPLU AȚI GREȘIT VOI UNDEVA. SOFTUL NU ARE NICI O VINĂ!!! POZIȚIONAȚI POINTERUL PE SIMBOLUL ROȘU, CITIȚI MESAJUL ȘI CORECTAȚI PROBLEMA.

Calcul simbolic:

se scrie expresia, urmată de un cuvânt cheie și comanda de calcul simbolic (\longrightarrow);
mai simplu: selectați cuvântul cheie (sau cuvintele, dacă doriți mai multe prelucrări), apoi tastați **Enter**. Săgeata (evaluarea simbolică) se adaugă automat!

$$\left[(2.4) \cdot x^2 - 6.5 \cdot y^4 \right]^3 \text{ expand } \rightarrow 13.824 x^6 - 112.320 x^4 \cdot y^4 + 304.200 x^2 \cdot y^8 - 274.625 y^{12}$$

$$\frac{645 \cdot x - 523 \cdot x^2}{24 \cdot x} \text{ simplify } \rightarrow \frac{215}{8} - \frac{523}{24} \cdot x$$

$$\frac{320 \cdot \left[(16) \cdot x - 15 \cdot x^2 \right] - 24 \cdot (x - 14 \cdot x^3)}{26 \cdot x^2 - 16 \cdot (24 + x^2) + 12x} \text{ simplify } \rightarrow 4 \cdot x \cdot \frac{(637 - 600 \cdot x + 42 \cdot x^2)}{(5 \cdot x^2 - 192 + 6 \cdot x)}$$

$$\frac{320 \cdot [(16) \cdot x - 15 \cdot x^2] - 24 \cdot (x - 14 \cdot x^3)}{26 \cdot x^2 - 16 \cdot (24 + x^2) + 12x} \text{ expand } \rightarrow \frac{(2548 \cdot x - 2400 \cdot x^2 + 168 \cdot x^3)}{(5 \cdot x^2 - 192 + 6 \cdot x)}$$

$$\frac{320 \cdot [(16) \cdot x - 15 \cdot x^2] - 24 \cdot (x - 14 \cdot x^3)}{26 \cdot x^2 - 16 \cdot (24 + x^2) + 12x} \text{ solve , x } \rightarrow \left(\begin{array}{c} 0 \\ \frac{50}{7} + \frac{1}{42} \cdot \sqrt{63246} \\ \frac{50}{7} - \frac{1}{42} \cdot \sqrt{63246} \end{array} \right)$$

$$\left(\begin{array}{c} \frac{15 \cdot x \cdot y}{42 \cdot x} - 16 \cdot y + 24 \\ \frac{4x}{3.9x \cdot y} - 2.8 \cdot y + 5.4 \cdot x + 9 \end{array} \right) \text{ solve , x, y } \rightarrow (-.99492736250727118307 \quad 1.5342465753424657534)$$

Operatori de atribuire:

- :=** este un operator local (regional)
(variabila sau parametrul se poate redefini
altundeva în foaia de lucru)
- ≡** este un operator global (are valoare
pentru întreaga foaie de lucru; nu se
mai poate redefini)

Operatorul de calcul (evaluează și afișează rezultatul)

- =** citește formula sau eticheta din stânga,
calculează sau evaluează expresia antedefinită
și afișează rezultatul în dreapta.

Calcul iterativ

Mathcad realizează calcul repetitiv sau iterativ, la fel de simplu ca și calculul singular.

Se definesc variabile pe interval, cum ar fi de exemplu:

$i := 1, 2 \dots 10$

sau

$j := 1, 1.5 \dots 10$

În primul caz i ia valori întregi de la 1 la 10, iar în al doilea j va lua valori la interval de 0.5, începând cu 1, apoi 1.5, 2.0, 2.5 etc. până la 10. Dacă i și j fac parte din formule sau expresii, Mathcad va evalua pentru fiecare valoare în parte rezultatul corespunzător.

Definirea unei variabile de interval:

etichetă → operator de atribuire →

→ valoarea inițială (limita inferioară a intervalului) →

→ virgulă → pasul →

→ două puncte (simbol selectat m .. n din meniu) →

→ limita superioară a intervalului.

Definirea unei funcții:

- nume sau etichetă
- argumentul (argumentele) în paranteză
- operatorul de atribuire
- expresia matematică

Exemplu:

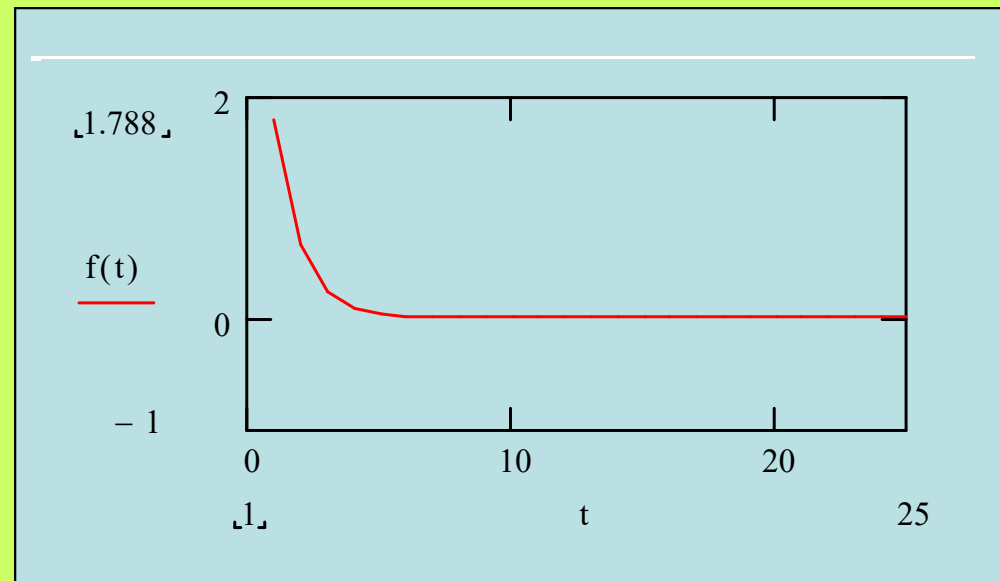
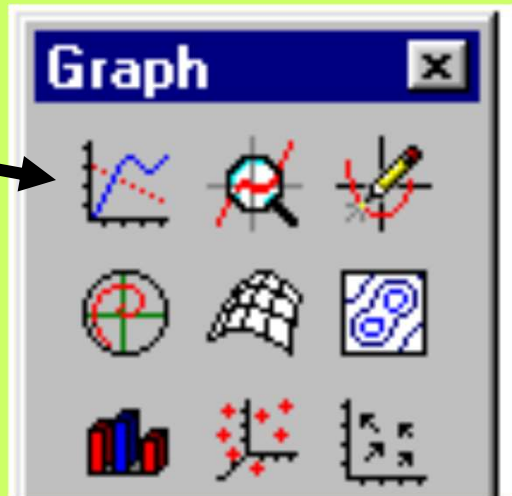
$$f(t) := e^t \frac{1 - (a + b)^3}{15.6 - (c + d)^2}$$

Reprezentare grafică 2D:

a := 20 b := 25 c := 35 d := 102

t := 1..25

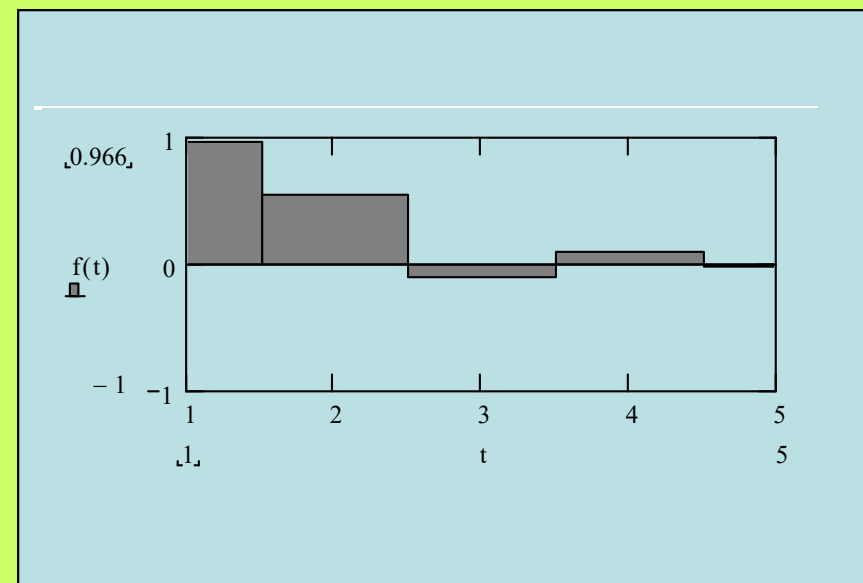
$$f(t) := e^t \frac{1 - (a + b)^3}{15.6 - (c + d)^2}$$



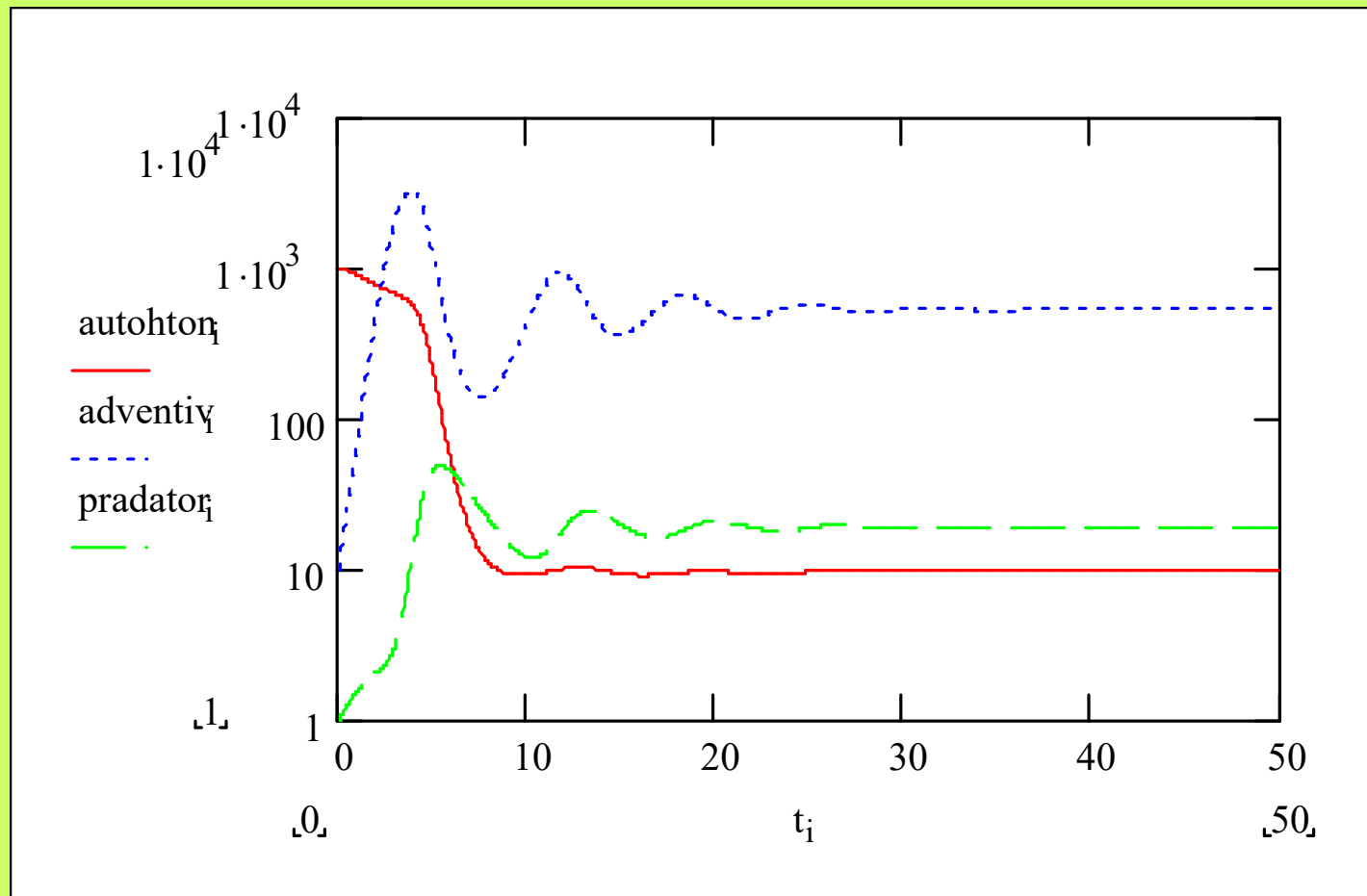
Formatarea unui grafic



- dublu clic pe regiunea graficului
- modificarea opțiunilor în meniu



Inserarea mai multor funcții pe același grafic:



$$f(x, y) := 12.5 + 3.4 \sin(x)^3 - 2.9 \cos(y)^3$$

$$i := 1, 2.. 14$$

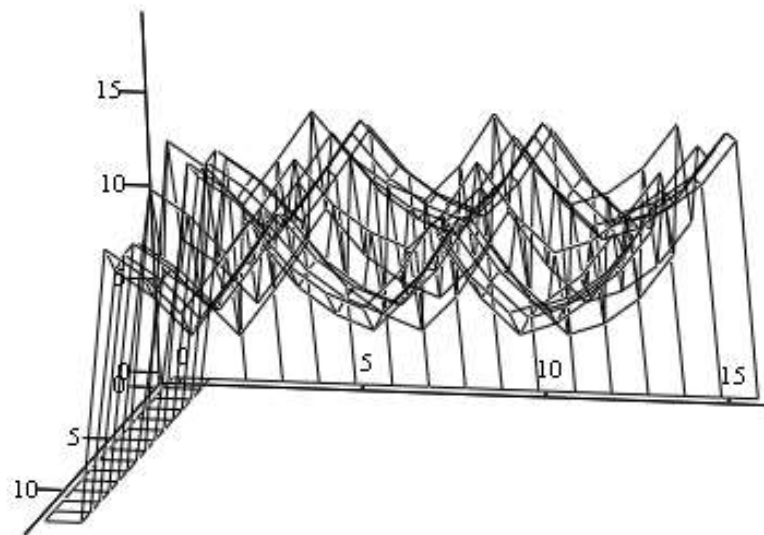
$$j := 2, 3.. 16$$

$$x_i := 2.1 + 3.5 \cdot i$$

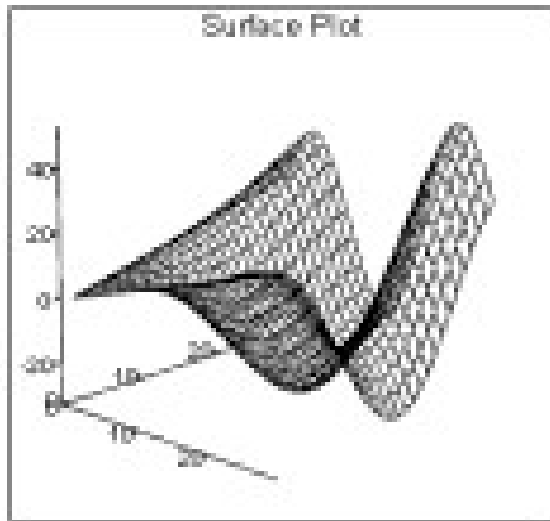
$$y_j := 1.4 + 1.3 \cdot j$$

$$M_{i,j} := f(x_i, y_j)$$

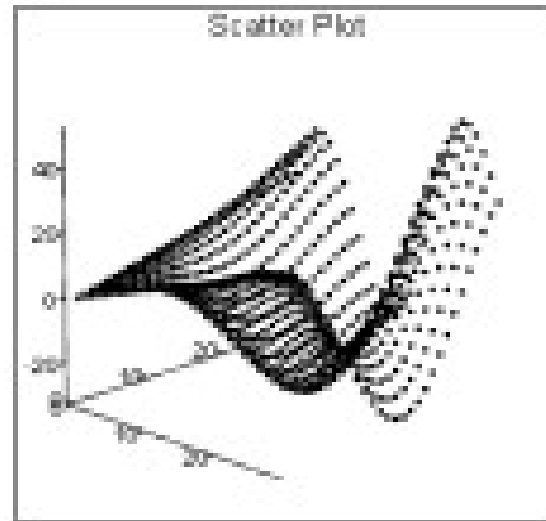
Reprezentare grafică 3D



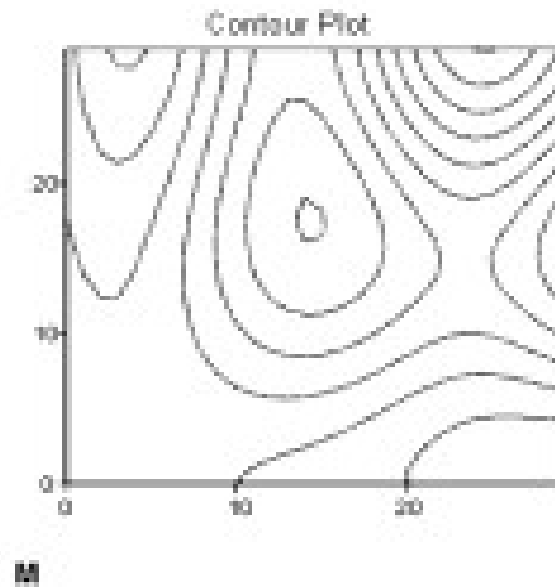
$$i = 0..29 \quad j = 0..29 \quad M_{i,j} = \sin\left[\frac{3(i+j)}{10}\right] \cdot j + \cos\left(\frac{i \cdot j}{10}\right) \cdot i$$



M



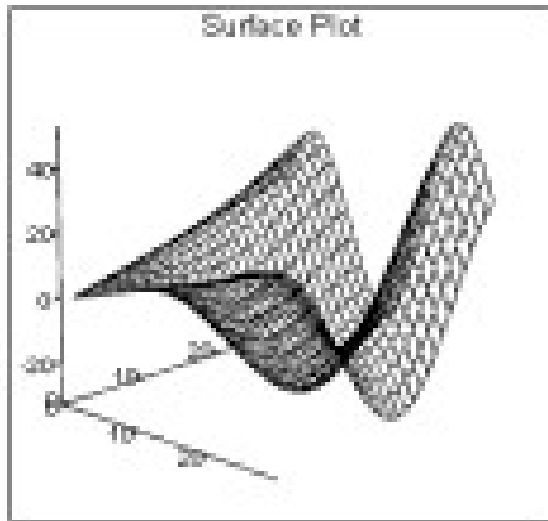
M



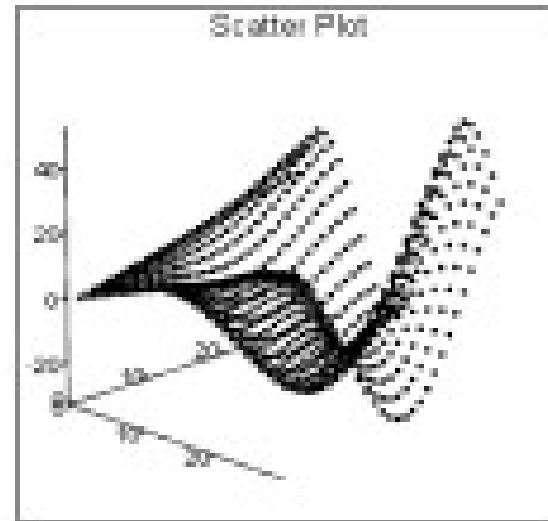
M

**Diversitatea posibilităților
de reprezentare grafică
3**

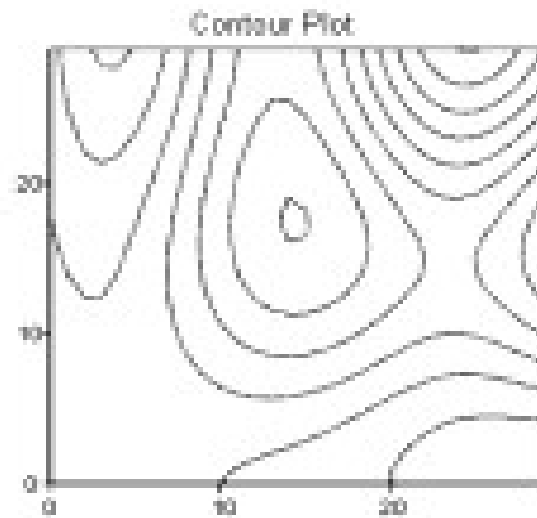
$$i = 0..29 \quad j = 0..29 \quad M_{i,j} = \sin\left[\frac{3(i+j)}{10}\right] \cdot j + \cos\left(\frac{i \cdot j}{10}\right) \cdot i$$



M



M



M

Diversitatea posibilităților de reprezentare grafică 3D a unei funcții:

- **grafic de suprafață,**
- **nor de puncte**
- **contur (izoplete)**

Vectori și matrici

Definirea unei variabile șir:

1. Inițializarea primului termen al șirului
(implicit este termenul cu numărul de ordine 0)

Dacă dorim ca primul termen al șirului să
posede numărul de ordine 1, se tastează:

ORIGIN \equiv 1

2. Definirea incrementului

i := 1 .. 5

3. Definirea variabilei șir (etichetă, increment,
introducerea valorilor cu separatorul virgulă)

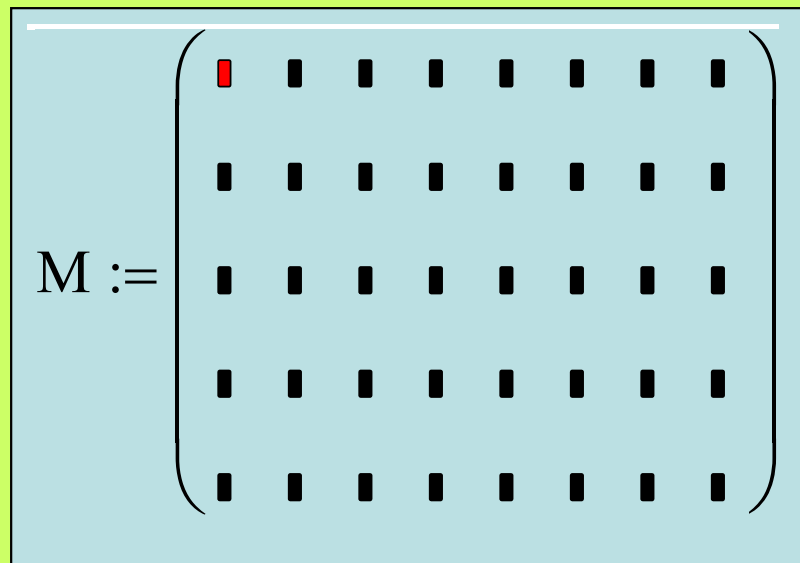
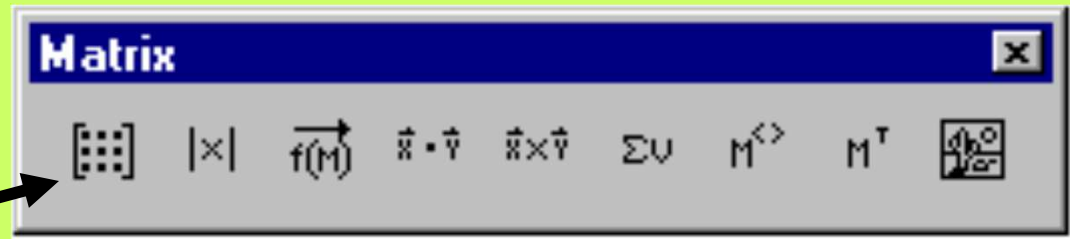
ORIGIN \equiv 1

i := 1..5

x_i :=

12
14
0
5
31

Matrici:



$i := 1 .. 5$ $j := 1 .. 8$

**Se completează
fiecare termen al
matricii (de la
tastatură sau prin
importare din alte
aplicații).**

$$M := \begin{pmatrix} 1.4 & 2.5 & 0 & 0 & 0 & 5 & 4.4 & 9.8 \\ 1.4 & 2 & 6.4 & 2.5 & 0 & 6.4 & 2.2 & 1 \\ 2.1 & 0.9 & 5.4 & 12.1 & 8 & 2 & 2 & 5.1 \\ 1.6 & 3.3 & 2 & 0 & 1.2 & 4.3 & 1.5 & 1.1 \\ 2.4 & 6.6 & 3.1 & 6.5 & 2.3 & 4.1 & 1.4 & 7.1 \end{pmatrix}$$

Termenul general al matricii: $M_{i,j}$

Apelarea unui termen:

$$M_{2,4} = 2.5$$

**(extrage termenul
din linia 2 și coloana 4)**

Operații cu matrici

Matrix M

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 2 \\ 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Vectors v and w

$$v = \begin{pmatrix} 3 + 10 \\ 1 - 4 \\ 5 \cdot 10 \end{pmatrix} \quad v = \begin{pmatrix} 13 \\ -3 \\ 50 \end{pmatrix} \quad w = 2 \cdot v \quad w = \begin{pmatrix} 26 \\ -6 \\ 100 \end{pmatrix}$$

Sum

$$\sum v = 60$$

Determinant

$$|M| = 25$$

Dot and Cross Product

$$v \cdot w = 5.356 \cdot 10^3 \quad v \times w = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Inverse

$$M^{-1} = \begin{pmatrix} -0.24 & 0.2 & 0.08 \\ 0.28 & -0.4 & 0.24 \\ 0.36 & 0.2 & -0.12 \end{pmatrix}$$

Transpose

$$w^T = (26 \ -6 \ 100)$$

Solve linear system $Mx=v$ with inverse

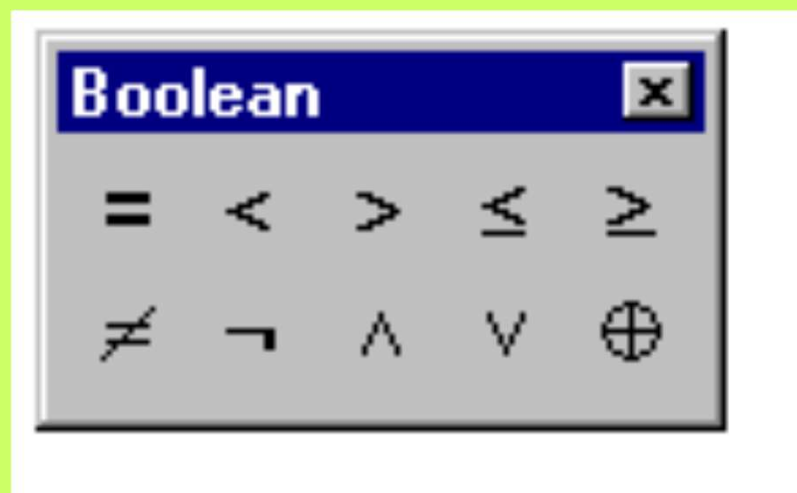
$$x = M^{-1} \cdot v$$

$$x = \begin{pmatrix} 0.28 \\ 16.84 \\ -1.92 \end{pmatrix} \quad M \cdot x = \begin{pmatrix} 13 \\ -3 \\ 50 \end{pmatrix}$$

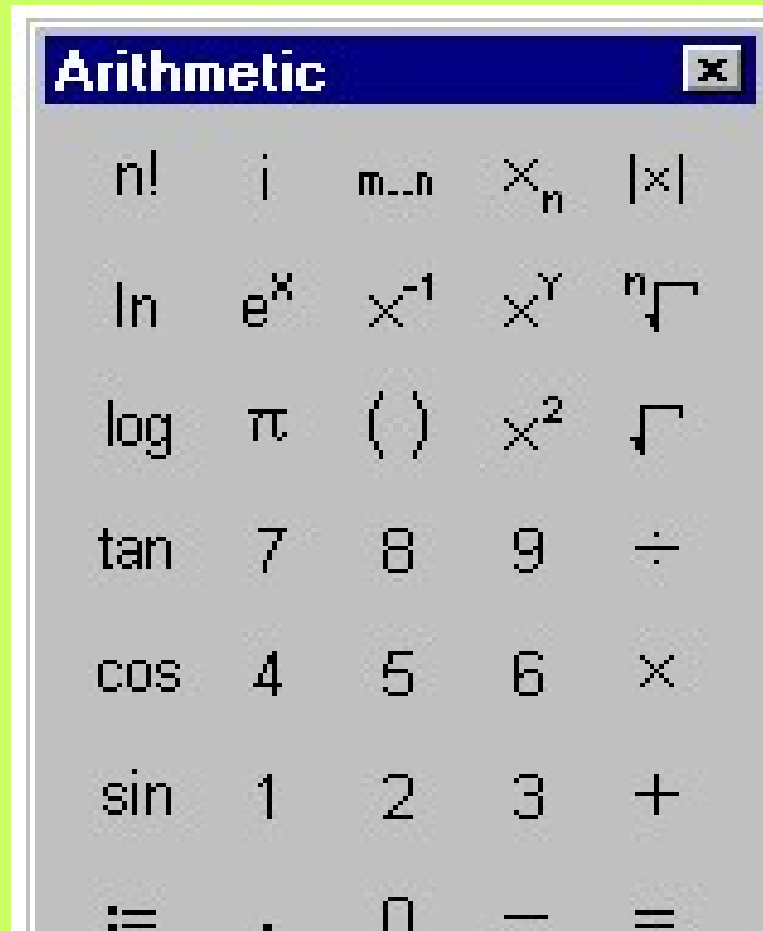
Verification:

$$M \cdot M^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

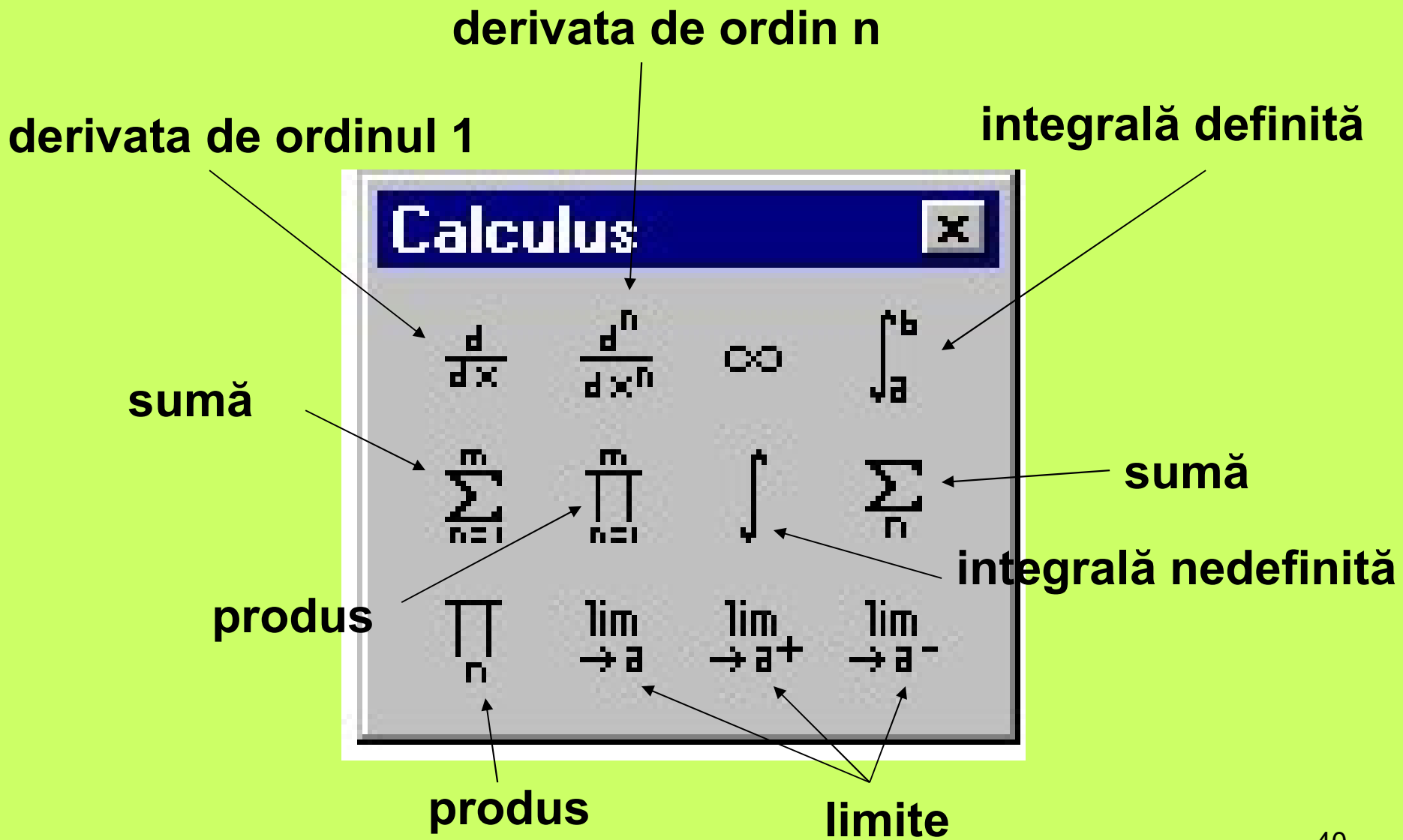
Operatori booleani:



Meniul aritmetic:



Meniul de calcul:



ORIGIN=1

S := 10

i := 1..S

X_i :=

15
11
3870
101
6
41
148
129
9
1885

S semnifică numărul de specii, X este variabila sir care contine numărul de indivizi prin care este reprezentată fiecare specie în probe,
N = numarul total de indivizi din probe.

În următoarele formule d1 = indicele Margalef, d2 = indicele Menhinick
H = Shannon-Wiener, E = echitabilitate, simp = Simpson

În aceste formule s-a utilizat fie logaritmul zecimal, fie în baza 2 pentru
ilustrarea modului de schimbare a bazei

$$N := \sum_i X_i \quad p_i := \frac{X_i}{N}$$

$$d1 := \frac{S - 1}{\log(N)} \quad d2 := \frac{S}{\sqrt{N}}$$

$$H := - \sum_i p_i \cdot \left(\frac{\log(p_i)}{\log(2)} \right)$$

$$l2 := \frac{\log(S)}{\log(2)}$$

$$\text{simp} := \frac{\sum_i X_i \cdot (X_i - 1)}{N \cdot (N - 1)}$$

$$E := \frac{H}{l2}$$

N = 6215

d1 = 2.373

d2 = 0.127

H = 1.397

E = 0.421

simp = 0.481

Aplicații pentru laboratoare de modelare

1. Biodiversitatea α

Indicele de afinitate - Fager

na := a + c nb := a + b

iab := $\frac{2 \cdot a}{na + nb}$

tt := $\left[\frac{(na + nb) \cdot (2 \cdot a - 1)}{2 \cdot na \cdot nb} - 1 \right] \cdot \sqrt{na + nb - 1}$

t := |tt|

gl := na + nb - 2

Rezultate - pentru tabelul de contingenta

hip = █	a · d = █	b · c = █
CCM = █	d = █	a = █
C1 = █	C2 = █	C3 = █
e1 = █	e2 = █	e3 = █

Rezultate pentru analiza de afinitate: iab=indicele Fager, t=valoare test, gl= grade de libertate:

t = █ gl = █ iab = █

Daca t calculat este mai mare decat valoarea critica la nivelul de asigurare ales si gl grade de libertate, afinitatea este semnificativa.

2. Analiza de asociere

3. Lățimea și suprapunerea nișelor

ORIGIN ≡ 1 n := 7 k := 5

j := 1..n i := 1..k h := 1..k

$$p := \begin{pmatrix} 0.15 & 0.05 & 0.12 & 0.43 & 0.17 & 0.08 & 0 \\ 0 & 0 & 0.94 & 0.06 & 0 & 0 & 0 \\ 0.41 & 0.16 & 0.10 & 0.05 & 0.05 & 0 & 0.23 \\ 0 & 0.48 & 0.02 & 0 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0.01 & 0.02 & 0.01 & 0 & 0.24 & 0.31 & 0.41 \end{pmatrix}$$

a_j :=

0.05
0.07
0.01
0.12
0.29
0.14
0.32

$p_{1,1} = 0.15$

accesarea unui termen al matricii

$$S_i := \sum_j p_{i,j}$$

verificarea sumei pe linii a matricii de resurse

$$S = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

EVALUAREA LATIMII NISELOR

$$B_i := \frac{1}{\sum_j (p_{i,j})^2}$$

Indicele Levins - B

$$BA_i := \frac{B_i - 1}{n - 1}$$

Indicele Levins - B standardizat

$$FT_i := \sum_j \sqrt{p_{i,j} \cdot a_j}$$

Indicele Smith

$$H_i := \frac{1}{\sum_j \frac{(p_{i,j})^2}{a_j}}$$

Indicele Hurlbert

$$HH_i := \frac{H_i - \min(a)}{1 - \min(a)}$$

Indicele Hurlbert standardizat

EVALUAREA SUPRAPUNERII NISELOR ECOLOGICE

Indicele Pianka

$$O_{i,h} := \frac{\sum_j p_{i,j} \cdot p_{h,j}}{\sqrt{\left[\sum_j (p_{i,j})^2 \right] \cdot \left[\sum_j (p_{h,j})^2 \right]}}$$

Indicele Hurbert

$$LH_{i,h} := \sum_j \frac{p_{i,j} \cdot p_{h,j}}{a_j}$$

Indicele standardizat HS (Sirbu, 2003)

$$HS_{i,h} := \frac{\sum_j (a_j \cdot \sqrt{p_{i,j} \cdot p_{h,j}})}{\sqrt{\left[\sum_j (a_j \cdot p_{i,j}) \right] \cdot \left[\sum_j (a_j \cdot p_{h,j}) \right]}}$$

$$HS = \begin{pmatrix} 1 & 0.988 & 0.988 & 0.959 & 0.988 & 0.881 & 0.983 \\ 0.988 & 1 & 0.967 & 0.988 & 0.996 & 0.874 & 0.99 \\ 0.988 & 0.967 & 1 & 0.946 & 0.957 & 0.929 & 0.958 \\ 0.959 & 0.988 & 0.946 & 1 & 0.972 & 0.9 & 0.966 \\ 0.988 & 0.996 & 0.957 & 0.972 & 1 & 0.834 & 0.994 \\ 0.881 & 0.874 & 0.929 & 0.9 & 0.834 & 1 & 0.822 \\ 0.983 & 0.99 & 0.958 & 0.966 & 0.994 & 0.822 & 1 \end{pmatrix}$$

$$LH = \begin{pmatrix} 1.118 & 1.203 & 0.944 & 1.196 & 1.199 & 0.86 & 1.073 \\ 1.203 & 1.39 & 0.934 & 1.403 & 1.364 & 0.738 & 1.222 \\ 0.944 & 0.934 & 1.176 & 0.987 & 0.897 & 1.525 & 0.941 \\ 1.196 & 1.403 & 0.987 & 1.439 & 1.359 & 0.845 & 1.256 \\ 1.199 & 1.364 & 0.897 & 1.359 & 1.352 & 0.661 & 1.191 \\ 0.86 & 0.738 & 1.525 & 0.845 & 0.661 & 2.964 & 0.487 \\ 1.073 & 1.222 & 0.941 & 1.256 & 1.191 & 0.487 & 1.361 \end{pmatrix}$$

REZULTATE LATIME NISE:

$B_i =$

2.124
1.547
2.38
1.409
1.675
2.279
1.293

$BA_i =$

0.375
0.182
0.46
0.136
0.225
0.426
0.098

$FT_i =$

0.986
0.928
0.981
0.862
0.911
0.785
0.902

$H_i =$

0.894
0.72
0.85
0.695
0.74
0.337
0.735

$HH_i =$

0.887
0.699
0.839
0.673
0.721
0.289
0.715

3. Modelare prin funcții de interpolare spline cubice pe porțiuni

$$P_i(x) = c_{0i} + c_i(x - x_i) + c_{2i}(x - x_i)^2 + c_{3i}(x - x_i)^3$$

ORIGIN ≡ 1 n := 7 i := 1.. n

vx_i := vy_i :=

0	0
1	1.3
3.5	5.7
6	3.1
9	3.6
12	1.4
15	0

vx = distanta fata de mal

vy = adancimea raului in punctul vx

vx si vy reprezinta reseaua de noduri

f(x) este functia de interpolare

g este suprafata in sectiune transversala a raului

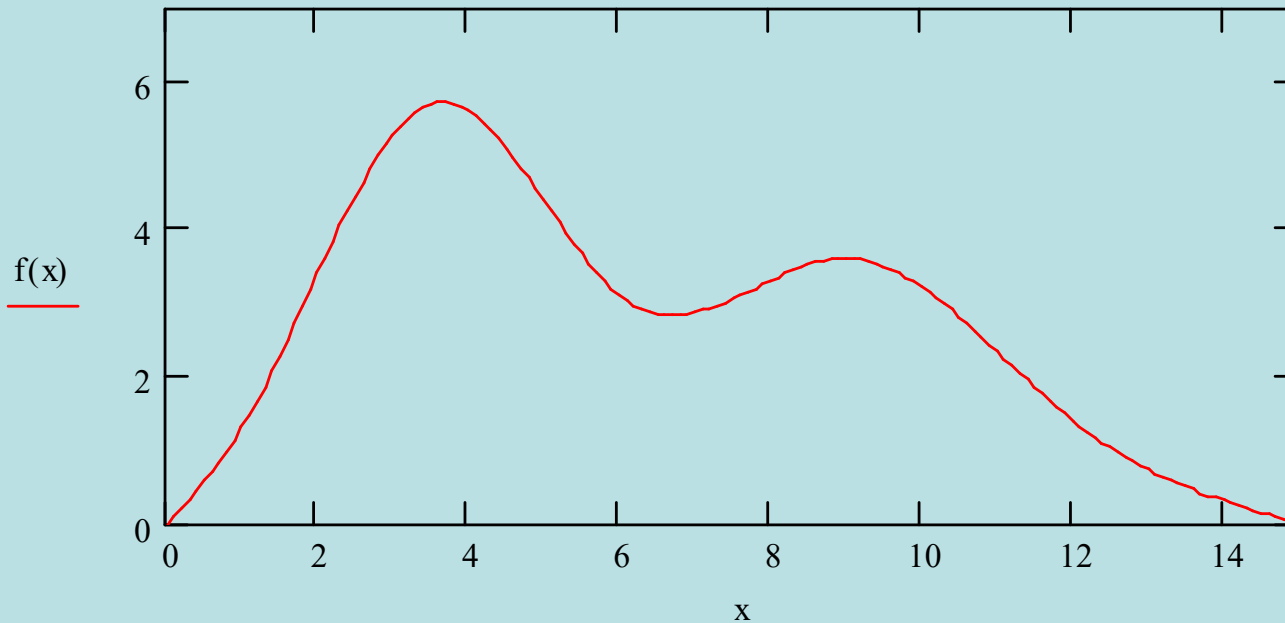
v = viteza de curgere a apei

debit = debitul raului (in metri cubi pe secunda)

s := lspline (vx, vy)

f(x) := interp (s, vx, vy, x)

x := 0.0, 0.1.. 15



$$g := \int_0^{15} f(x) \, dx \quad v := 2.3 \quad \text{debit} := g \cdot v$$

$$g = 40.917 \quad \text{debit} = 94.109$$

$$f(10) = 3.207 \quad \text{Posibilitatea evaluarii valorii functiei de interpolare intr-un punct care nu apartine retelei de noduri!}$$

Alte aplicații:

- **Dinamica populațională în timp discret (ecuații recurente);**
- **Dinamica populațională în timp continuu (ecuații diferențiale);**
- **Modelarea relațiilor interspecifice;**
- **Simularea efectului transformării folosințelor terenurilor;**
- **Efectul introducerii de specii alohtone;**
- **Modelarea fluxului energetic;**

- **Expertiză biologică și ecologică;**
- **Modelarea dinamicii comunităților;**
- **Exploatarea durabilă a populațiilor;**
- **Analiza viabilității populațiilor (AVP);**
- **Simularea dinamicii unui ecosistem;**
- **Asistența managementului datelor experimentale;**
- **Analiza bioeconomică;**
- **Modele ale stabilității sistemelor;**

... și multe, foarte multe, altele!⁵⁰

**HA, HA, HAAAAA, HOAAAA, HAAA, HAAAA
... SĂ VEDEȚI CE VĂ MAI AȘTEAPTĂ...!!!!!!!**

